

# Modélisation et simulation de la MAS

Dr. Chemseddine RAHMOUNE

Maitre de Conférences "A"

2019 / 2020

# Plan de l'exposé

- 1 Modélisation et simulation des MAS triphasé à cage
- 2 Modélisation et simulation des GAS triphasé à cage
- 3 Génératrice asynchrone en régime de saturation

## le référentiel $(\alpha, \beta)$ lié au stator ( $\omega_{coord} = 0$ ),

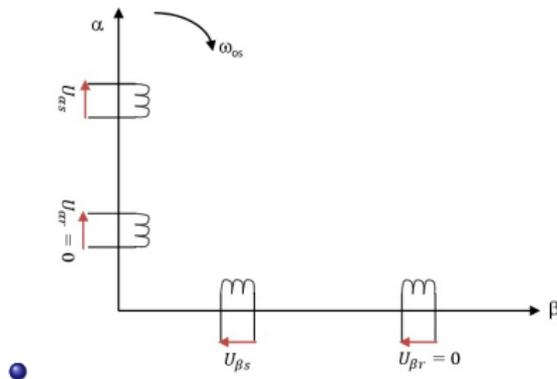
- La modélisation de ce type de moteur est traitée dans la majorité des cas dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  lié au stator ( $\omega_{coord} = 0$ ),

## le référentiel $(\alpha, \beta)$ lié au stator ( $\omega_{coord} = 0$ ),

- La modélisation de ce type de moteur est traitée dans la majorité des cas dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  lié au stator ( $\omega_{coord} = 0$ ),

## le référentiel $(\alpha, \beta)$ lié au stator ( $\omega_{coord} = 0$ ),

- La modélisation de ce type de moteur est traitée dans la majorité des cas dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  lié au stator ( $\omega_{coord} = 0$ ),



## Équations de tensions

- $$\left\{ \begin{array}{l} U_{s\alpha} = R_S I_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} \\ U_{s\beta} = R_S I_{s\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} \\ 0 = U_{r\alpha} = R_R I_{r\alpha} + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} + \Psi_{r\beta} \omega_r \\ 0 = U_{r\beta} = R_R I_{r\beta} + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} - \Psi_{r\alpha} \omega_r \end{array} \right. \quad (1)$$

## Équations de flux

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{s\alpha} = L_S I_{s\alpha} + M I_{r\alpha} \\ \Psi_{s\beta} = L_S I_{s\beta} + M I_{r\beta} \\ \Psi_{r\alpha} = L_R I_{r\alpha} + M I_{s\alpha} \\ \Psi_{r\beta} = L_R I_{r\beta} + M I_{s\beta} \end{array} \right. \quad (2)$$

## Équations différentielle

- En introduisant les expressions des flux (2) dans le système (1), celui-ci devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{s\alpha} = R_S I_{s\alpha} + L_s \frac{dI_{s\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{r\alpha}}{dt} \\ U_{s\beta} = R_S I_{s\beta} + L_s \frac{dI_{s\beta}}{dt} + M \frac{dI_{r\beta}}{dt} \\ 0 = R_R I_{r\alpha} + L_r \frac{dI_{r\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{s\alpha}}{dt} + (L_R I_{r\beta} + M I_{s\beta}) \omega_r \\ 0 = U_{r\beta} = R_R I_{r\beta} + L_r \frac{dI_{r\beta}}{dt} + M \frac{dI_{s\beta}}{dt} - (L_R I_{r\alpha} + M I_{s\alpha}) \omega_r \end{array} \right. \quad (3)$$

- Le couple électromagnétique est :

$$Te = \frac{3}{2} : pM (I_{r\alpha} I_{s\beta} - I_{r\beta} I_{s\alpha}) \quad (4)$$

## Équations différentielle

- En introduisant les expressions des flux (2) dans le système (1), celui-ci devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{s\alpha} = R_S I_{s\alpha} + L_s \frac{dI_{s\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{r\alpha}}{dt} \\ U_{s\beta} = R_S I_{s\beta} + L_s \frac{dI_{s\beta}}{dt} + M \frac{dI_{r\beta}}{dt} \\ 0 = R_R I_{r\alpha} + L_r \frac{dI_{r\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{s\alpha}}{dt} + (L_R I_{r\beta} + M I_{s\beta}) \omega_r \\ 0 = U_{r\beta} = R_R I_{r\beta} + L_r \frac{dI_{r\beta}}{dt} + M \frac{dI_{s\beta}}{dt} - (L_R I_{r\alpha} + M I_{s\alpha}) \omega_r \end{array} \right. \quad (3)$$

- Le couple électromagnétique est :

$$Te = \frac{3}{2} : pM (I_{r\alpha} I_{s\beta} - I_{r\beta} I_{s\alpha}) \quad (4)$$

# Introduction

- La génératrice asynchrone à cage (GAS) n'engendre pas sa propre énergie d'excitation contrairement à l'alternateur.
- Pour cette raison il faudra lui apporter cette énergie et stabiliser sa tension de sortie et sa fréquence.
- Ainsi, on connecte aux bornes du stator une batterie de condensateurs et on fait tourner le rotor de la machine à la vitesse nécessaire.
- La présence d'un flux magnétique est indispensable pour l'autoamorçage de la génératrice

# Introduction

- La génératrice asynchrone à cage (GAS) n'engendre pas sa propre énergie d'excitation contrairement à l'alternateur.
- Pour cette raison il faudra lui apporter cette énergie et stabiliser sa tension de sortie et sa fréquence.
- Ainsi, on connecte aux bornes du stator une batterie de condensateurs et on fait tourner le rotor de la machine à la vitesse nécessaire.
- La présence d'un flux magnétique est indispensable pour l'autoamorçage de la génératrice

## Introduction

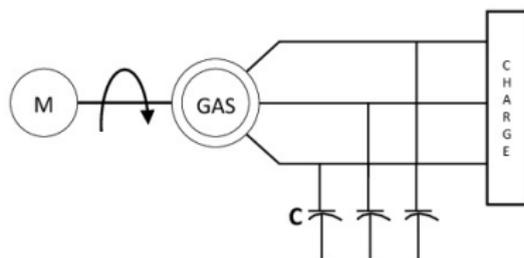
- La génératrice asynchrone à cage (GAS) n'engendre pas sa propre énergie d'excitation contrairement à l'alternateur.
- Pour cette raison il faudra lui apporter cette énergie et stabiliser sa tension de sortie et sa fréquence.
- Ainsi, on connecte aux bornes du stator une batterie de condensateurs et on fait tourner le rotor de la machine à la vitesse nécessaire.
- La présence d'un flux magnétique est indispensable pour l'autoamorçage de la génératrice

## Introduction

- La génératrice asynchrone à cage (GAS) n'engendre pas sa propre énergie d'excitation contrairement à l'alternateur.
- Pour cette raison il faudra lui apporter cette énergie et stabiliser sa tension de sortie et sa fréquence.
- Ainsi, on connecte aux bornes du stator une batterie de condensateurs et on fait tourner le rotor de la machine à la vitesse nécessaire.
- La présence d'un flux magnétique est indispensable pour l'autoamorçage de la génératrice

## Auto-amorçée.

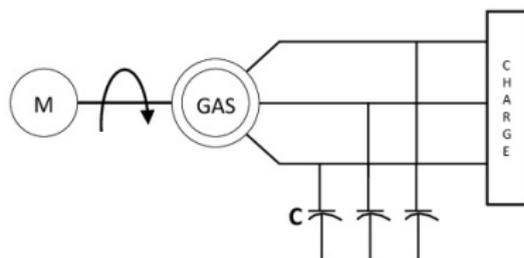
- La figure (3.2) représente le schéma de la GAS auto-amorçée



- Quand on accélère progressivement la GA à une vitesse moitié de celle du synchronisme  $n_s$ , le flux rémanent  $\Phi_r$  crée dans l'enroulement statorique une force électromotrice  $E_r$  sous l'action de laquelle un courant  $I_s$  va circuler vers les condensateurs renforçant ainsi le flux rémanent.

## Auto-amorçée.

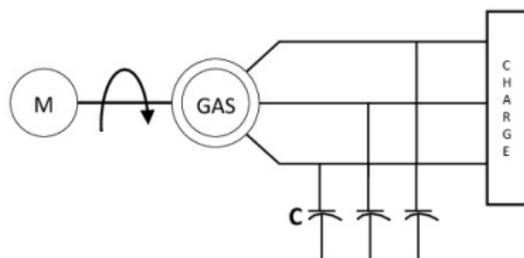
- La figure (3.2) représente le schéma de la GAS auto-amorçée



- Quand on accélère progressivement la GA à une vitesse moitié de celle du synchronisme  $n_s$ , le flux rémanent  $\Phi_r$  crée dans l'enroulement statorique une force électromotrice  $E_r$  sous l'action de laquelle un courant  $I_s$  va circuler vers les condensateurs renforçant ainsi le flux rémanent.

## Auto-amorçée.

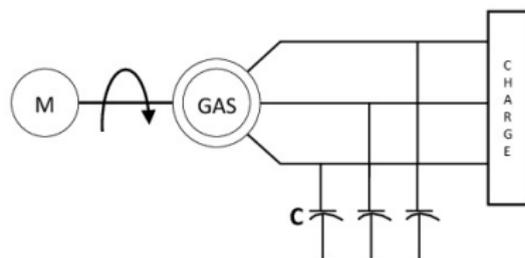
- La figure (3.2) représente le schéma de la GAS auto-amorçée



- Quand on accélère progressivement la GA à une vitesse moitié de celle du synchronisme  $n_s$ , le flux rémanent  $\Phi_r$  crée dans l'enroulement statorique une force électromotrice  $E_r$  sous l'action de laquelle un courant  $I_s$  va circuler vers les condensateurs renforçant ainsi le flux rémanent.

## Auto-amorçée.

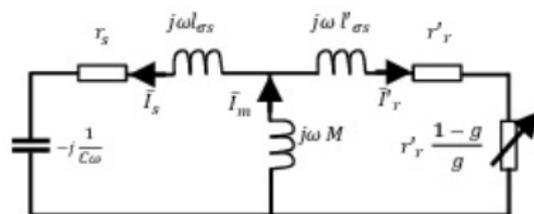
- La figure (3.2) représente le schéma de la GAS auto-amorçée



- Quand on accélère progressivement la GA à une vitesse moitié de celle du synchronisme  $n_s$ , le flux rémanent  $\Phi_r$  crée dans l'enroulement statorique une force électromotrice  $E_r$  sous l'action de laquelle un courant  $I_s$  va circuler vers les condensateurs renforçant ainsi le flux rémanent.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

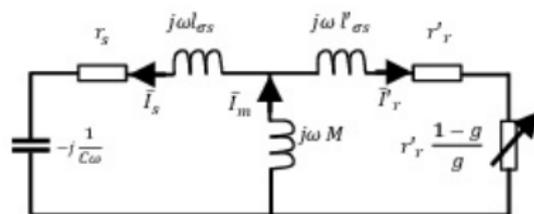
- L'auto-amorçage de la génératrice ne se produit qu'en présence du condensateur.
- Ce dernier forme avec la génératrice un système oscillant dont les équations dérivent du schéma de la figure 3.3.



- Il faut noter que lorsque la machine n'est pas saturée, la caractéristique de magnétisation  $\Phi_m(I_m)$  est une droite de pente sensiblement égale à la mutuelle  $M$ .

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

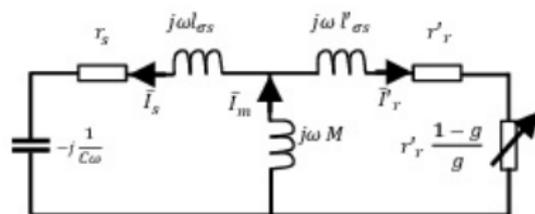
- L'auto-amorçage de la génératrice ne se produit qu'en présence du condensateur.
- Ce dernier forme avec la génératrice un système oscillant dont les équations dérivent du schéma de la figure 3.3.



- Il faut noter que lorsque la machine n'est pas saturée, la caractéristique de magnétisation  $\Phi_m(I_m)$  est une droite de pente sensiblement égale à la mutuelle  $M$ .

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

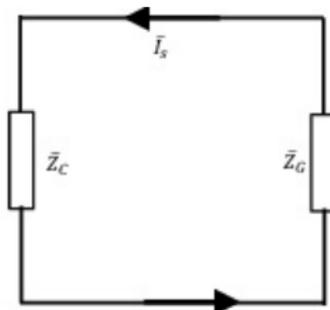
- L'auto-amorçage de la génératrice ne se produit qu'en présence du condensateur.
- Ce dernier forme avec la génératrice un système oscillant dont les équations dérivent du schéma de la figure 3.3.



- Il faut noter que lorsque la machine n'est pas saturée, la caractéristique de magnétisation  $\Phi_m(I_m)$  est une droite de pente sensiblement égale à la mutuelle  $M$ .

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

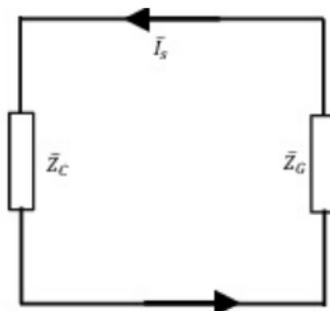
- Ce schéma est équivalent à une génératrice d'impédance  $Z_G$  débitant sur une impédance  $Z_C$ , d'où la figure 3.4.



- $Z_C$  impédance du condensateur,
- $Z_G$  impédance équivalente de la génératrice.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

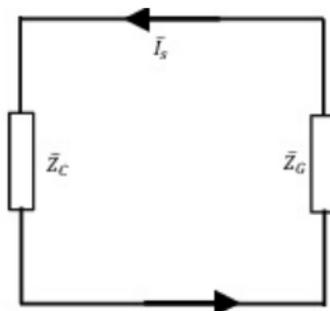
- Ce schéma est équivalent à une génératrice d'impédance  $Z_G$  débitant sur une impédance  $Z_C$ , d'où la figure 3.4.



- $Z_C$  impédance du condensateur,
- $Z_G$  impédance équivalente de la génératrice.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Ce schéma est équivalent à une génératrice d'impédance  $Z_G$  débitant sur une impédance  $Z_C$ , d'où la figure 3.4.



- $Z_C$  impédance du condensateur,
- $Z_G$  impédance équivalente de la génératrice.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- D'après la figure 3.4, nous avons :

$$\underline{Z}_C \underline{I}_s = -\underline{Z}_G \underline{I}_s \quad (5)$$

- D'où :

$$\underline{Z}_C + \underline{Z}_G = 0 \quad (6)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- D'après la figure 3.4, nous avons :

$$\underline{Z}_C \underline{I}_s = -\underline{Z}_G \underline{I}_s \quad (5)$$

- D'où :

$$\underline{Z}_C + \underline{Z}_G = 0 \quad (6)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- or :

$$\underline{Z}_G = r_s + j\omega l_{\sigma s} + \frac{j\omega M \left( \frac{r'_r}{g} + j\omega l'_{\sigma r} \right)}{\frac{r'_r}{g} + j\omega (M + l'_{\sigma r})} \quad (7)$$

- et

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{C\omega} \quad (8)$$

- et On a :

$$\begin{cases} l_{\sigma s} = L_s - M \\ l'_{\sigma r} = L_r - M \end{cases} \quad (9)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- or :

$$\underline{Z}_G = r_s + j\omega l_{\sigma s} + \frac{j\omega M \left( \frac{r'_r}{g} + j\omega l'_{\sigma r} \right)}{\frac{r'_r}{g} + j\omega (M + l'_{\sigma r})} \quad (7)$$

- et

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{C\omega} \quad (8)$$

- et On a :

$$\begin{cases} l_{\sigma s} = L_s - M \\ l'_{\sigma r} = L_r - M \end{cases} \quad (9)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- or :

$$\underline{Z}_G = r_s + j\omega l_{\sigma s} + \frac{j\omega M \left( \frac{r'_r}{g} + j\omega l'_{\sigma r} \right)}{\frac{r'_r}{g} + j\omega (M + l'_{\sigma r})} \quad (7)$$

- et

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{C\omega} \quad (8)$$

- et On a :

$$\begin{cases} l_{\sigma s} = L_s - M \\ l'_{\sigma r} = L_r - M \end{cases} \quad (9)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- En remplaçant dans (7) on aura :

$$\underline{Z}_G = \frac{[r_s + j\omega(L_s - M)] \left( \frac{r'_r}{g} + j\omega L'_r \right) + j\omega M \left( \frac{r'_r}{g} + j\omega(L'_r - M) \right)}{\frac{r'_r}{g} + j\omega L'_r}$$

- En introduisant le coefficient de dispersion  $\sigma$ , tel que :  
 $\sigma = 1 - M^2 / L_s L'_r$ ,
- On obtient :

$$\underline{Z}_G = \frac{r_s \frac{r'_r}{g} - \omega^2 \sigma L_s L'_r + j\omega \left( L'_r r_s + L_s \frac{r'_r}{g} \right)}{\frac{r'_r}{g} + j\omega L'_r} \quad (10)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- En remplaçant dans (7) on aura :

$$\underline{Z}_G = \frac{[r_s + j\omega(L_s - M)] \left( \frac{r_r'}{g} + j\omega L_r' \right) + j\omega M \left( \frac{r_r'}{g} + j\omega(L_r' - M) \right)}{\frac{r_r'}{g} + j\omega L_r'}$$

- En introduisant le coefficient de dispersion  $\sigma$ , tel que :  
 $\sigma = 1 - M^2 / L_s L_r'$ ,
- On obtient :

$$\underline{Z}_G = \frac{r_s \frac{r_r'}{g} - \omega^2 \sigma L_s L_r' + j\omega \left( L_r' r_s + L_s \frac{r_r'}{g} \right)}{\frac{r_r'}{g} + j\omega L_r'} \quad (10)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- En remplaçant dans (7) on aura :

$$\underline{Z}_G = \frac{[r_s + j\omega(L_s - M)] \left( \frac{r_r'}{g} + j\omega L_r' \right) + j\omega M \left( \frac{r_r'}{g} + j\omega(L_r' - M) \right)}{\frac{r_r'}{g} + j\omega L_r'}$$

- En introduisant le coefficient de dispersion  $\sigma$ , tel que :  
 $\sigma = 1 - M^2 / L_s L_r'$ ,
- On obtient :

$$\underline{Z}_G = \frac{r_s \frac{r_r'}{g} - \omega^2 \sigma L_s L_r' + j\omega \left( L_r' r_s + L_s \frac{r_r'}{g} \right)}{\frac{r_r'}{g} + j\omega L_r'} \quad (10)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Le fonctionnement stable de la génératrice asynchrone auto-amorcée sera assuré si l'équation (6) est satisfaite ; c'est-à-dire si  $\underline{Z}_C + \underline{Z}_G = 0$  est telle que :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0 \quad (11)$$

$$Im(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0 \quad (12)$$

- $\omega = \omega_{os}$  désigne la pulsation des grandeurs statoriques en régime d'auto-amorçage et  $\omega_r$  la pulsation mécanique ( $p \Omega_r$ ).
- Le phénomène d'amorçage correspond au passage d'un état d'équilibre instable (début de l'amorçage) à un état d'équilibre stable (point de fonctionnement final) défini par les conditions (12) et (13).

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Le fonctionnement stable de la génératrice asynchrone auto-amorcée sera assuré si l'équation (6) est satisfaite ; c'est-à-dire si  $\underline{Z}_C + \underline{Z}_G = 0$  est telle que :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0 \quad (11)$$

$$Im(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0 \quad (12)$$

- $\omega = \omega_{os}$  désigne la pulsation des grandeurs statoriques en régime d'auto-amorçage et  $\omega_r$  la pulsation mécanique ( $p \Omega_r$ ).
- Le phénomène d'amorçage correspond au passage d'un état d'équilibre instable (début de l'amorçage) à un état d'équilibre stable (point de fonctionnement final) défini par les conditions (12) et (13).

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Le fonctionnement stable de la génératrice asynchrone auto-amorcée sera assuré si l'équation (6) est satisfaite ; c'est-à-dire si  $\underline{Z}_C + \underline{Z}_G = 0$  est telle que :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0 \quad (11)$$

$$Im(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0 \quad (12)$$

- $\omega = \omega_{os}$  désigne la pulsation des grandeurs statoriques en régime d'auto-amorçage et  $\omega_r$  la pulsation mécanique ( $p \Omega_r$ ).
- Le phénomène d'amorçage correspond au passage d'un état d'équilibre instable (début de l'amorçage) à un état d'équilibre stable (point de fonctionnement final) défini par les conditions (12) et (13).

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Par conséquent, l'amorçage ne peut se produire que si l'énergie fournie au système par l'organe d'entraînement est supérieure à l'énergie consommée dans les résistances  $r_r'$  et  $r_s$ .
- la puissance fournie au système correspond à la puissance dissipée dans la résistance :  $r_r' \frac{1-g}{g}$
- La condition d'amorçage peut, dès lors, s'exprimer sous une forme simple :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) < 0 \quad (13)$$

- Avec :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L_r' \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{\left(\frac{r_r'}{g}\right)^2 + \omega^2 L_r'^2} \quad (14)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Par conséquent, l'amorçage ne peut se produire que si l'énergie fournie au système par l'organe d'entraînement est supérieure à l'énergie consommée dans les résistances  $r_r'$  et  $r_s$ .
- la puissance fournie au système correspond à la puissance dissipée dans la résistance :  $r_r' \frac{1-g}{g}$
- La condition d'amorçage peut, dès lors, s'exprimer sous une forme simple :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) < 0 \quad (13)$$

- Avec :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L_r' \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{\left(\frac{r_r'}{g}\right)^2 + \omega^2 L_r'^2} \quad (14)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Par conséquent, l'amorçage ne peut se produire que si l'énergie fournie au système par l'organe d'entraînement est supérieure à l'énergie consommée dans les résistances  $r_r'$  et  $r_s$ .
- la puissance fournie au système correspond à la puissance dissipée dans la résistance :  $r_r' \frac{1-g}{g}$
- La condition d'amorçage peut, dès lors, s'exprimer sous une forme simple :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) < 0 \quad (13)$$

- Avec :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L_r' \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{\left(\frac{r_r'}{g}\right)^2 + \omega^2 L_r'^2} \quad (14)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Par conséquent, l'amorçage ne peut se produire que si l'énergie fournie au système par l'organe d'entraînement est supérieure à l'énergie consommée dans les résistances  $r_r'$  et  $r_s$ .
- la puissance fournie au système correspond à la puissance dissipée dans la résistance :  $r_r' \frac{1-g}{g}$
- La condition d'amorçage peut, dès lors, s'exprimer sous une forme simple :

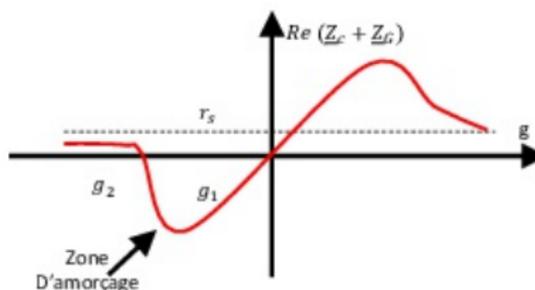
$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) < 0 \quad (13)$$

- Avec :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L_r' \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{\left(\frac{r_r'}{g}\right)^2 + \omega^2 L_r'^2} \quad (14)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

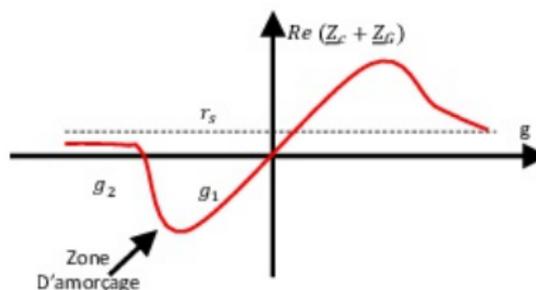
- La figure ci dessous représente la variation de  $Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G)$  en fonction de  $g$ .



- Cette asymptote  $r_s$  ne peut être négative que pour des valeurs de  $g$  comprises entre  $g_1$  et  $g_2$ .
- La condition d'amorçage s'exprime par conséquent par :  $g_2 < g < g_1$ .

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

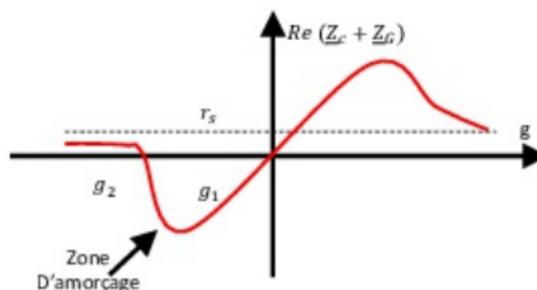
- La figure ci dessous représente la variation de  $Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G)$  en fonction de  $g$ .



- Cette asymptote  $r_s$  et ne peut être négative que pour des valeurs de  $g$  comprises entre  $g_1$  et  $g_2$ .
- La condition d'amorçage s'exprime par conséquent par :  
 $g_2 < g < g_1$ .

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- La figure ci dessous représente la variation de  $Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G)$  en fonction de  $g$ .



- Cette asymptote  $r_s$  et ne peut être négative que pour des valeurs de  $g$  comprises entre  $g_1$  et  $g_2$ .
- La condition d'amorçage s'exprime par conséquent par :  $g_2 < g < g_1$ .

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour des valeurs très faibles du glissement  $g$  :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L'_r (1 - \sigma)}{r'_r} g \quad (15)$$

- D'où pour  $Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0$  :

$$g_1 \cong -\frac{r_s r'_r}{\omega^2 L_s L'_r (1 - \sigma)} \quad (16)$$

- La machine tourne pratiquement à sa vitesse de synchronisme ( $g_1 = 0$ ).

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour des valeurs très faibles du glissement  $g$  :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L'_r (1 - \sigma)}{r'_r} g \quad (15)$$

- D'où pour  $Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0$  :

$$g_1 \cong -\frac{r_s r'_r}{\omega^2 L_s L'_r (1 - \sigma)} \quad (16)$$

- La machine tourne pratiquement à sa vitesse de synchronisme ( $g_1 = 0$ ).

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour des valeurs très faibles du glissement  $g$  :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{\omega^2 L_s L'_r (1 - \sigma)}{r'_r} g \quad (15)$$

- D'où pour  $Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = 0$  :

$$g_1 \cong -\frac{r_s r'_r}{\omega^2 L_s L'_r (1 - \sigma)} \quad (16)$$

- La machine tourne pratiquement à sa vitesse de synchronisme ( $g_1 = 0$ ).

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour des valeurs de  $g$  importantes :

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{L_s \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{L_r'} \cong r_s + \frac{r_r'}{g} \quad (17)$$

- D'où :

$$g_2 \cong \frac{r_r' L_s (1 - \sigma)}{r_s L_r'} \quad (18)$$

- Connaissant les glissements limites  $g_1$  et  $g_2$ , on en déduit les valeurs extrêmes de la capacité  $C$ , qui définissent le domaine dans lequel l'amorçage peut avoir lieu.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour des valeurs de  $g$  importantes :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{L_s \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{L_r'} \cong r_s + \frac{r_r'}{g} \quad (17)$$

- D'où :

$$g_2 \cong \frac{r_r' L_s (1 - \sigma)}{r_s L_r'} \quad (18)$$

- Connaissant les glissements limites  $g_1$  et  $g_2$ , on en déduit les valeurs extrêmes de la capacité  $C$ , qui définissent le domaine dans lequel l'amorçage peut avoir lieu.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour des valeurs de  $g$  importantes :

$$Re(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = r_s + \frac{L_s \frac{r_r'}{g} (1 - \sigma)}{L_r'} \cong r_s + \frac{r_r'}{g} \quad (17)$$

- D'où :

$$g_2 \cong \frac{r_r' L_s (1 - \sigma)}{r_s L_r'} \quad (18)$$

- Connaissant les glissements limites  $g_1$  et  $g_2$ , on en déduit les valeurs extrêmes de la capacité  $C$ , qui définissent le domaine dans lequel l'amorçage peut avoir lieu.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- La génératrice asynchrone ne recevant d'autre énergie réactive que celle provenant de la capacité  $C$ .
- De l'équation (13) on peut tirer la valeur de la capacité qui doit être branchée :

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = -\frac{1}{C \omega} + \frac{\omega L_s \left[ \left( \frac{r'_r}{g} \right)^2 + \sigma \omega^2 L_r'^2 \right]}{\left( \frac{r'_r}{g} \right)^2 + \omega^2 L_r'^2} = 0 \quad (19)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- La génératrice asynchrone ne recevant d'autre énergie réactive que celle provenant de la capacité  $C$ .
- De l'équation (13) on peut tirer la valeur de la capacité qui doit être branchée :

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}_C + \underline{Z}_G) = -\frac{1}{C \omega} + \frac{\omega L_s \left[ \left( \frac{r'_r}{g} \right)^2 + \sigma \omega^2 L_r'^2 \right]}{\left( \frac{r'_r}{g} \right)^2 + \omega^2 L_r'^2} = 0 \quad (19)$$

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_1 \cong 0$ , on a  $\omega_1 = \omega_r$ , d'où :

$$-\frac{1}{C_1 \omega} + \omega_r L_s \cong 0 \quad (20)$$

- 

$$C_1 \cong \frac{1}{\omega_r^2 L_s} \quad (21)$$

- Cette capacité correspond à la résonance avec l'inductance propre statorique  $L_s$ .
- Comme  $g = g_1 \cong 0$ , la machine génère une fréquence nominale en tournant pratiquement à la vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_1 \cong 0$ , on a  $\omega_1 = \omega_r$ , d'où :

$$-\frac{1}{C_1 \omega} + \omega_r L_s \cong 0 \quad (20)$$

- 

$$C_1 \cong \frac{1}{\omega_r^2 L_s} \quad (21)$$

- Cette capacité correspond à la résonance avec l'inductance propre statorique  $L_s$ .
- Comme  $g = g_1 \cong 0$ , la machine génère une fréquence nominale en tournant pratiquement à la vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_1 \cong 0$ , on a  $\omega_1 = \omega_r$ , d'où :

$$-\frac{1}{C_1 \omega} + \omega_r L_s \cong 0 \quad (20)$$

- 

$$C_1 \cong \frac{1}{\omega_r^2 L_s} \quad (21)$$

- Cette capacité correspond à la résonance avec l'inductance propre statorique  $L_s$ .
- Comme  $g = g_1 \cong 0$ , la machine génère une fréquence nominale en tournant pratiquement à la vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_1 \cong 0$ , on a  $\omega_1 = \omega_r$ , d'où :

$$-\frac{1}{C_1 \omega} + \omega_r L_s \cong 0 \quad (20)$$

- 

$$C_1 \cong \frac{1}{\omega_r^2 L_s} \quad (21)$$

- Cette capacité correspond à la résonance avec l'inductance propre statorique  $L_s$ .
- Comme  $g = g_1 \cong 0$ , la machine génère une fréquence nominale en tournant pratiquement à la vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_2 \cong -\frac{r_r'}{r_s} > -1$ , on a :

$$\omega_r = (1 - g_2) \omega_2 \Rightarrow \omega_r > 2 \omega_2 \quad (22)$$

- et

$$-\frac{1}{C_2 \omega_2} + \sigma \omega_2 L_s \cong 0 \quad (23)$$

- La capacité  $C_2$  correspond à la résonance avec l'inductance  $\sigma L_s$  qui n'est autre que l'inductance de court-circuit de la machine.
- Cette solution est rejeter car pour générer la fréquence nominale, la machine doit tourner pratiquement au double de sa vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_2 \cong -\frac{r_r'}{r_s} > -1$ , on a :

$$\omega_r = (1 - g_2) \omega_2 \Rightarrow \omega_r > 2 \omega_2 \quad (22)$$

- et

$$-\frac{1}{C_2 \omega_2} + \sigma \omega_2 L_s \cong 0 \quad (23)$$

- La capacité  $C_2$  correspond à la résonance avec l'inductance  $\sigma L_s$  qui n'est autre que l'inductance de court-circuit de la machine.
- Cette solution est rejeter car pour générer la fréquence nominale, la machine doit tourner pratiquement au double de sa vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_2 \cong -\frac{r_r'}{r_s} > -1$ , on a :

$$\omega_r = (1 - g_2) \omega_2 \Rightarrow \omega_r > 2 \omega_2 \quad (22)$$

- et

$$-\frac{1}{C_2 \omega_2} + \sigma \omega_2 L_s \cong 0 \quad (23)$$

- La capacité  $C_2$  correspond à la résonance avec l'inductance  $\sigma L_s$  qui n'est autre que l'inductance de court-circuit de la machine.
- Cette solution est rejeter car pour générer la fréquence nominale, la machine doit tourner pratiquement au double de sa vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Pour  $g = g_2 \cong -\frac{r_r'}{r_s} > -1$ , on a :

$$\omega_r = (1 - g_2) \omega_2 \Rightarrow \omega_r > 2 \omega_2 \quad (22)$$

- et

$$-\frac{1}{C_2 \omega_2} + \sigma \omega_2 L_s \cong 0 \quad (23)$$

- La capacité  $C_2$  correspond à la résonance avec l'inductance  $\sigma L_s$  qui n'est autre que l'inductance de court-circuit de la machine.
- Cette solution est rejeter car pour générer la fréquence nominale, la machine doit tourner pratiquement au double de sa vitesse de synchronisme.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Lorsqu'un moteur asynchrone est compensé en plein charge au moyen d'une capacité  $C$  d'une façon à ce que le facteur de puissance résultant soit égal à l'unité, il y a un risque d'auto-amorçage lorsque le moteur est déclenché en restant connecté aux condensateur.
- En effet, la capacité  $C$  est telle que la pulsation de résonance  $\omega_0$  est largement inférieure à  $\omega_n$  :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_s C}} = \omega_n \sqrt{\frac{X_{cn}}{X_{ln}}} \quad (24)$$

- Avec :  $X_{cn} = \frac{1}{C \omega_n}$  et  $X_{ln} = L_s \omega_n$  Sont les réactances calculées à la fréquences nominale.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Lorsqu'un moteur asynchrone est compensé en plein charge au moyen d'une capacité  $C$  d'une façon à ce que le facteur de puissance résultant soit égal à l'unité, il y a un risque d'auto-amorçage lorsque le moteur est déclenché en restant connecté aux condensateur.
- En effet, la capacité  $C$  est telle que la pulsation de résonance  $\omega_0$  est largement inférieure à  $\omega_n$  :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_s C}} = \omega_n \sqrt{\frac{X_{cn}}{X_{ln}}} \quad (24)$$

- Avec :  $X_{cn} = \frac{1}{C \omega_n}$  et  $X_{ln} = L_s \omega_n$  Sont les réactances calculées à la fréquences nominale.

## Auto-amorçage de la génératrice asynchrone à vide

- Lorsqu'un moteur asynchrone est compensé en plein charge au moyen d'une capacité  $C$  d'une façon à ce que le facteur de puissance résultant soit égal à l'unité, il y a un risque d'auto-amorçage lorsque le moteur est déclenché en restant connecté aux condensateur.
- En effet, la capacité  $C$  est telle que la pulsation de résonance  $\omega_0$  est largement inférieure à  $\omega_n$  :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_s C}} = \omega_n \sqrt{\frac{X_{cn}}{X_{ln}}} \quad (24)$$

- Avec :  $X_{cn} = \frac{1}{C \omega_n}$  et  $X_{ln} = L_s \omega_n$  Sont les réactances calculées à la fréquences nominale.

## Modélisation de l'auto-amorçage à vide

- Pour simuler l'auto-amorçage, il suffit de résoudre le système d'équations de tensions en tenant compte de la tension aux bornes du condensateur.

$$\left\{ \begin{array}{l} -U_{s\alpha} = R_S I_{s\alpha} + L_s \frac{dI_{s\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{r\alpha}}{dt} \\ -U_{s\beta} = R_S I_{s\beta} + L_s \frac{dI_{s\beta}}{dt} + M \frac{dI_{r\beta}}{dt} \\ 0 = R_R I_{r\alpha} + L_r \frac{dI_{r\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{s\alpha}}{dt} + (L_R I_{r\beta} + M I_{s\beta}) \omega_r \\ 0 = U_{r\beta} = R_R I_{r\beta} + L_r \frac{dI_{r\beta}}{dt} + M \frac{dI_{s\beta}}{dt} - (L_R I_{r\alpha} + M I_{s\alpha}) \omega_r \\ \frac{d}{dt} U_{s\alpha} = \frac{1}{C} I_{s\alpha} + \omega_{coor} U_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} U_{s\beta} = \frac{1}{C} I_{s\beta} - \omega_{coor} U_{s\alpha} \end{array} \right. \quad (25)$$

## Modélisation de l'auto-amorçage à vide

- Si la valeur du condensateur est telle que  $C < \frac{1}{L_s \omega^2}$  la tension après une tentative à l'oscillation, décroît rapidement pour atteindre une valeur très ptite.
- Par conséquent, l'auto-amorçage n'a lieu que pour une certaine valeur du condensateur telle que  $C > \frac{1}{L_s \omega^2}$  qui correspond à la résonance , et une vitesse de rotation donnée.

## Modélisation de l'auto-amorçage à vide

- Si la valeur du condensateur est telle que  $C < \frac{1}{L_s \omega^2}$  la tension après une tentative à l'oscillation, décroît rapidement pour atteindre une valeur très ptite.
- Par conséquent, l'auto-amorçage n'a lieu que pour une certaine valeur du condensateur telle que  $C > \frac{1}{L_s \omega^2}$  qui correspond à la résonance , et une vitesse de rotation donnée.

# Introduction

- En régime de saturation, les flux et les courants ne sont plus proportionnels.
- La caractérisation de magnétisation se compose en plus de la partie linéaire, d'une partie dite coude et une autre dite de saturation.
- C'est cette partie qui va limiter les grandeur de la génératrice.

# Introduction

- En régime de saturation, les flux et les courants ne sont plus proportionnels.
- La caractérisation de magnétisation se compose en plus de la partie linéaire, d'une partie dite coude et une autre dite de saturation.
- C'est cette partie qui va limiter les grandeur de la génératrice.

# Introduction

- En régime de saturation, les flux et les courants ne sont plus proportionnels.
- La caractérisation de magnétisation se compose en plus de la partie linéaire, d'une partie dite coude et une autre dite de saturation.
- C'est cette partie qui va limiter les grandeur de la génératrice.

## Fonctionnement à vide

- L'origine de la FEM induite est similaire à celle de l'alternateur c'est-à-dire  $E = f(n, \Phi\Phi)$ .
- Entre la FEM  $E$  et le courant de magnétisation il existe deux relations :
- $E = f(I_m)$  caractéristique interne ;
- $E = X_c I_c = X_c I_s$  qui est une droite semblable à la droite des inducteurs dans le cas d'une génératrice shunt.

## Fonctionnement à vide

- L'origine de la FEM induite est similaire à celle de l'alternateur c'est-à-dire  $E = f(n, \Phi)$ .
- Entre la FEM  $E$  et le courant de magnétisation il existe deux relations :
  - $E = f(I_m)$  caractéristique interne ;
  - $E = X_c I_c = X_c I_s$  qui est une droite semblable à la droite des inducteurs dans le cas d'une génératrice shunt.

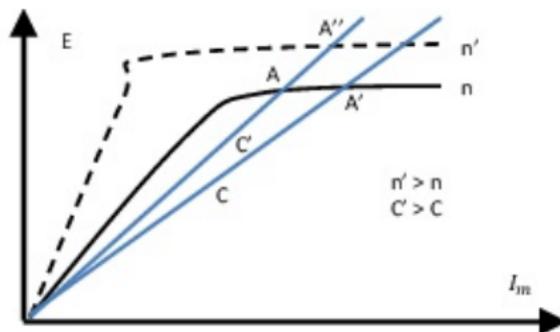
## Fonctionnement à vide

- L'origine de la FEM induite est similaire à celle de l'alternateur c'est-à-dire  $E = f(n, \Phi\Phi)$ .
- Entre la FEM  $E$  et le courant de magnétisation il existe deux relations :
- $E = f(I_m)$  caractéristique interne ;
- $E = X_c I_c = X_c I_s$  qui est une droite semblable à la droite des inducteurs dans le cas d'une génératrice shunt.

## Fonctionnement à vide

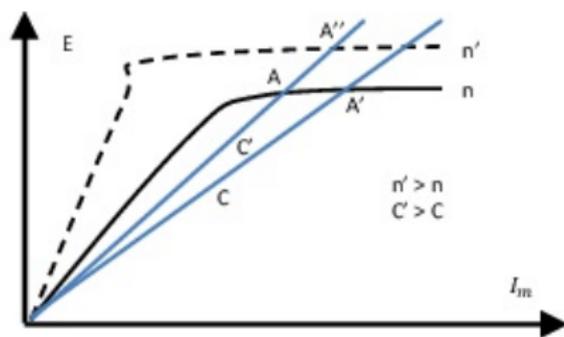
- L'origine de la FEM induite est similaire à celle de l'alternateur c'est-à-dire  $E = f(n, \Phi\Phi)$ .
- Entre la FEM  $E$  et le courant de magnétisation il existe deux relations :
- $E = f(I_m)$  caractéristique interne ;
- $E = X_c I_c = X_c I_s$  qui est une droite semblable à la droite des inducteurs dans le cas d'une génératrice shunt.

## Fonctionnement à vide



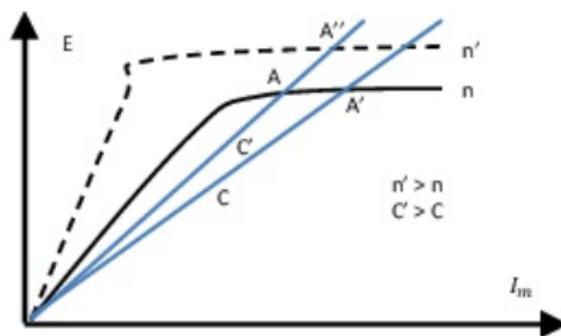
- Le tracé de ces deux caractéristiques (figure) montre que le point de fonctionnement est en A (point d'intersection des deux courbes).

## Fonctionnement à vide



- La position du point A est liée à la pente de la droite :  
$$\tan \alpha = \frac{1}{C \omega}$$
- Lors de la variation de  $C$ , le point A se déplace sur la courbe  $E = f(I_m)$ ; or quand  $C$  augmente, la tension  $E$  augmente.

## Fonctionnement à vide



- La position du point A est liée à la pente de la droite :  
$$\tan \alpha = \frac{1}{C \omega}$$
- Lors de la variation de  $C$ , le point A se déplace sur la courbe  $E = f(I_m)$ ; or quand  $C$  augmente, la tension  $E$  augmente.

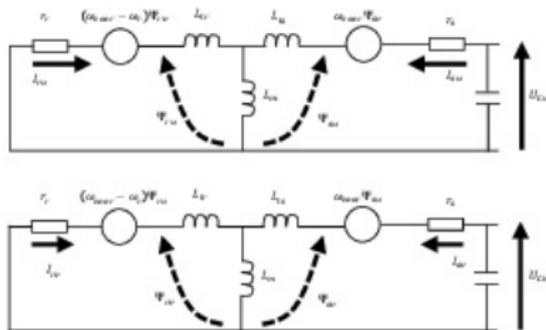
## Équations de la génératrice dans le repère U,V.

Réécrivant le système d'équations :

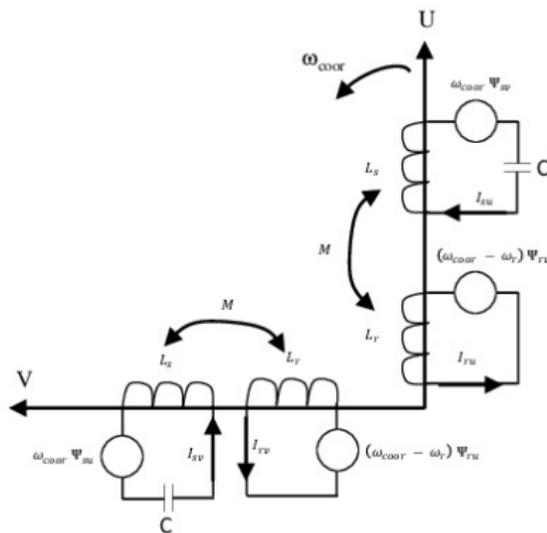
$$\begin{cases} -U_{SU} = R_S I_{SU} + \frac{d\Psi_{SU}}{dt} - \Psi_{SV} \omega_{coor} \\ -U_{SV} = R_S I_{SV} + \frac{d\Psi_{SV}}{dt} + \Psi_{SU} \omega_{coor} \\ 0 = R_R I_{RU} + \frac{d\Psi_{RU}}{dt} - \Psi_{RV} (\omega_{coor} - \omega_r) \\ U_{RV} = R_R I_{RV} + \frac{d\Psi_{RV}}{dt} + \Psi_{RU} (\omega_{coor} - \omega_r) \end{cases} \quad (26)$$

## Schéma équivalent de GAS dans le référentiel de Park généralisé

La figure représente le schéma équivalent de GAS dans le référentiel de Park généralisé



## Disposition des enroulements suivant les axes U, V.

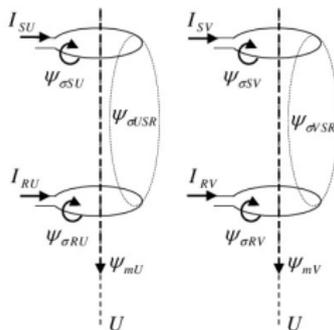


## Schéma équivalent de GAS dans le référentiel de Park généralisé

Les expressions des flux sont données selon la figure :

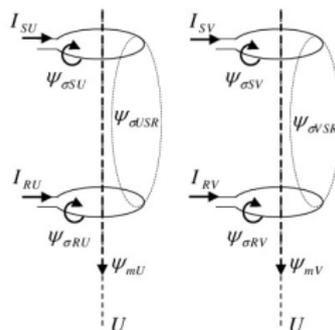
$$\begin{cases} \Psi_{SU} = L_S I_{SU} + M I_{RU} \\ \Psi_{SV} = L_S I_{SV} + M I_{RV} \\ \Psi_{RU} = L_R I_{RU} + M I_{SU} \\ \Psi_{RV} = L_R I_{RV} + M I_{SV} \end{cases} \quad (27)$$

## Représentation schématique des flux



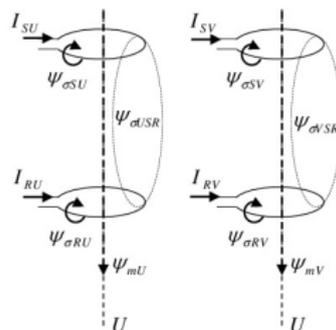
- $\Psi_{mU}$  est le flux principal coupé avec les deux enroulements.
- $\Psi_{\sigma US}$ ,  $\Psi_{\sigma UR}$  sont les flux de fuites des enroulements statorique et rotorique selon l'axe U.
- $\Psi_{\sigma USR}$  est le flux mutuel entre le stator et le rotor.

## Représentation schématique des flux



- $\Psi_{mU}$  est le flux principal coupé avec les deux enroulements.
- $\Psi_{\sigma US}$ ,  $\Psi_{\sigma UR}$  sont les flux de fuites des enroulements statorique et rotorique selon l'axe U.
- $\Psi_{\sigma USR}$  est le flux mutuel entre le stator et le rotor.

## Représentation schématique des flux



- $\Psi_{mU}$  est le flux principal coupé avec les deux enroulements.
- $\Psi_{\sigma US}$ ,  $\Psi_{\sigma UR}$  sont les flux de fuites des enroulements statorique et rotorique selon l'axe U.
- $\Psi_{\sigma USR}$  est le flux mutuel entre le stator et le rotor.

## Représentation schématique des flux

Les inductances propres et mutuelle figurant dans les relations du système (28) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{US} = M_U + l_{\sigma US} + l_{\sigma USR} = L_S \\ L_{VS} = M_V + l_{\sigma VS} + l_{\sigma VSR} = L_S \\ L_{UR} = M_U + l_{\sigma UR} + l_{\sigma USR} = L_R \\ L_{VR} = M_V + l_{\sigma VR} + l_{\sigma VSR} = L_R \\ L_{USR} = M_U + l_{\sigma USR} \\ L_{VSR} = M_V + l_{\sigma VSR} \end{array} \right. \quad (28)$$

## Représentation schématique des flux

- Prenons :  $l_{\sigma USR} = l_{\sigma VSR} = 0$  ; d'où :  $L_{USR} = L_{VSR} = M$
- En introduisant ces valeurs dans les expressions des flux, on obtient :

$$\begin{cases} \Psi_{SU} = (M_U + l_{\sigma US}) I_{SU} + M_U I_{RU} \\ \Psi_{SV} = (M_V + l_{\sigma VS}) I_{SV} + M_V I_{RV} \\ \Psi_{RU} = (M_U + l_{\sigma UR}) I_{RU} + M_U I_{SU} \\ \Psi_{RV} = M_V + l_{\sigma VR} I_{RV} + M_V I_{SV} \end{cases} \quad (29)$$

## Représentation schématique des flux

- Prenons :  $l_{\sigma USR} = l_{\sigma VSR} = 0$  ; d'où :  $L_{USR} = L_{VSR} = M$
- En introduisant ces valeurs dans les expressions des flux, on obtient :

$$\begin{cases} \Psi_{SU} = (M_U + l_{\sigma US}) I_{SU} + M_U I_{RU} \\ \Psi_{SV} = (M_V + l_{\sigma VS}) I_{SV} + M_V I_{RV} \\ \Psi_{RU} = (M_U + l_{\sigma UR}) I_{RU} + M_U I_{SU} \\ \Psi_{RV} = M_V + l_{\sigma VR} I_{RV} + M_V I_{SV} \end{cases} \quad (29)$$

## Représentation schématique des flux

D'où :

$$\begin{cases} \Psi_{SU} = M_U (I_{SU} + I_{RU}) + l_{\sigma US} I_{SU} = M_U I_{mU} + l_{\sigma US} I_{SU} \\ \Psi_{SV} = M_V (I_{SV} + I_{RV}) + l_{\sigma VS} I_{SV} = M_V I_{mV} + l_{\sigma VS} I_{SV} \\ \Psi_{RU} = M_U (I_{SU} + I_{RU}) + l_{\sigma UR} I_{RU} = M_U I_{mU} + l_{\sigma UR} I_{RU} \\ \Psi_{RV} = M_V (I_{SV} + I_{RV}) + l_{\sigma VR} I_{RV} = M_V I_{mV} + l_{\sigma VR} I_{RV} \end{cases} \quad (30)$$

## Représentation schématique des flux

- On peut donc écrire les équations différentielles de flux :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Psi_{SU}}{dt} = \frac{d\Psi_{mU}}{dt} + l_{\sigma US} \frac{dI_{SU}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{SV}}{dt} = \frac{d\Psi_{mV}}{dt} + l_{\sigma VS} \frac{dI_{SV}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{RU}}{dt} = \frac{d\Psi_{mU}}{dt} + l_{\sigma UR} \frac{dI_{RU}}{dt} \\ \Psi_{RV} = \frac{d\Psi_{mV}}{dt} + l_{\sigma VR} \frac{dI_{RV}}{dt} \end{array} \right. \quad (31)$$

- Où  $\Psi_{mV}$  et  $\Psi_{mU}$  représentent les composantes du flux magnétisant selon les axes direct et quadratique U, V.

## Représentation schématique des flux

- On peut donc écrire les équations différentielles de flux :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Psi_{SU}}{dt} = \frac{d\Psi_{mU}}{dt} + l_{\sigma US} \frac{dI_{SU}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{SV}}{dt} = \frac{d\Psi_{mV}}{dt} + l_{\sigma VS} \frac{dI_{SV}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{RU}}{dt} = \frac{d\Psi_{mU}}{dt} + l_{\sigma UR} \frac{dI_{RU}}{dt} \\ \Psi_{RV} = \frac{d\Psi_{mV}}{dt} + l_{\sigma VR} \frac{dI_{RV}}{dt} \end{array} \right. \quad (31)$$

- Où  $\Psi_{mV}$  et  $\Psi_{mU}$  représentent les composantes du flux magnétisant selon les axes direct et quadratique U, V.

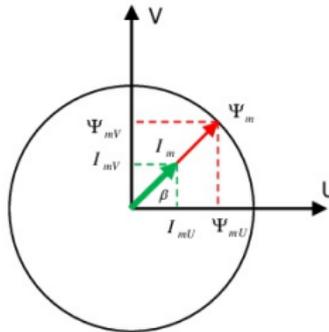
## Représentation schématique des flux

- Le problème revient donc à décrire le comportement du flux magnétisant dans le système d'axes  $U, V$  pour pouvoir évaluer les quantités magnétisantes :  $\frac{d\Psi_{mV}}{dt}$  et  $\frac{d\Psi_{mU}}{dt}$
- Pour cela, on va décomposer le flux  $\Psi_m$  sur les axes  $U, V$  (la même chose pour le courant  $i_m$ ) tout en supposant que le courant magnétisant est en phase avec le flux magnétisant (pertes fer négligées).

## Représentation schématique des flux

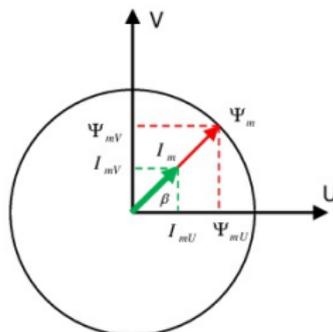
- Le problème revient donc à décrire le comportement du flux magnétisant dans le système d'axes  $U, V$  pour pouvoir évaluer les quantités magnétisantes :  $\frac{d\Psi_{mV}}{dt}$  et  $\frac{d\Psi_{mU}}{dt}$
- Pour cela, on va décomposer le flux  $\Psi_m$  sur les axes  $U, V$  (la même chose pour le courant  $i_m$ ) tout en supposant que le courant magnétisant est en phase avec le flux magnétisant (pertes fer négligées).

## Représentation schématique des flux



- $\cos \beta = \frac{|I_{mU}|}{|I_m|} = \frac{|\psi_{mU}|}{|\psi_m|}$
- $\sin \beta = \frac{|I_{mV}|}{|I_m|} = \frac{|\psi_{mV}|}{|\psi_m|}$

## Représentation schématique des flux



- $\cos \beta = \frac{|I_{mU}|}{|I_m|} = \frac{|\psi_{mU}|}{|\psi_m|}$
- $\sin \beta = \frac{|I_{mV}|}{|I_m|} = \frac{|\psi_{mV}|}{|\psi_m|}$

## Représentation schématique des flux

- Sachant que :  $M = \frac{|\psi_m|}{I_m}$
- on peut calculer :

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \frac{d(M I_{mU})}{dt} = \frac{dM}{dt} I_{mU} + \frac{d I_{mU}}{dt} M \quad (32)$$

$$\frac{d\psi_{mV}}{dt} = \frac{d(M I_{mV})}{dt} = \frac{dM}{dt} I_{mV} + \frac{d I_{mV}}{dt} M \quad (33)$$

## Représentation schématique des flux

- Sachant que :  $M = \frac{|\psi_m|}{I_m}$
- on peut calculer :

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \frac{d(M I_{mU})}{dt} = \frac{dM}{dt} I_{mU} + \frac{d I_{mU}}{dt} M \quad (32)$$

$$\frac{d\psi_{mV}}{dt} = \frac{d(M I_{mV})}{dt} = \frac{dM}{dt} I_{mV} + \frac{d I_{mV}}{dt} M \quad (33)$$

## Représentation schématique des flux

- La dérivée de l'inductance de magnétisation  $M$  peut être exprimée comme :

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{d|I_m|}{dt} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{1}{|I_m|} \left( I_{mU} \frac{d I_{mU}}{dt} + I_{mV} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) \quad (34)$$

## Représentation schématique des flux

- Si on substitue cette équation (3.34) dans les équations (3.32) (3.33), on obtient les expressions des flux telles que :

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}}{|I_m|} \left( I_{mU} \frac{d I_{mU}}{dt} + I_{mV} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) + \frac{d I_{mU}}{dt} M$$

•

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \left( \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}^2}{|I_m|} + M \right) \frac{d I_{mU}}{dt} + \left( \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}}{|I_m|} \frac{I_{mV}}{|I_m|} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) \quad (35)$$

- On peut montrer facilement que :

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M \quad (36)$$

## Représentation schématique des flux

- Si on substitue cette équation (3.34) dans les équations (3.32) (3.33), on obtient les expressions des flux telles que :

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}}{|I_m|} \left( I_{mU} \frac{d I_{mU}}{dt} + I_{mV} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) + \frac{d I_{mU}}{dt} M$$

•

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \left( \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}^2}{|I_m|} + M \right) \frac{d I_{mU}}{dt} + \left( \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) \quad (35)$$

- On peut montrer facilement que :

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M \quad (36)$$

## Représentation schématique des flux

- Si on substitue cette équation (3.34) dans les équations (3.32) (3.33), on obtient les expressions des flux telles que :

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}}{|I_m|} \left( I_{mU} \frac{d I_{mU}}{dt} + I_{mV} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) + \frac{d I_{mU}}{dt} M$$

•

$$\frac{d\psi_{mU}}{dt} = \left( \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU}^2}{|I_m|} + M \right) \frac{d I_{mU}}{dt} + \left( \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|} \frac{d I_{mV}}{dt} \right) \quad (35)$$

- On peut montrer facilement que :

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M \quad (36)$$

## Représentation schématique des flux

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M \quad (37)$$

- Où  $L$  est la dérivée du flux magnétisant par rapport au courant magnétisant par rapport au courant magnétisant appelée inductance dynamique.

## Représentation schématique des flux

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M$$

- Posons :

$$\ell_{UV} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|} = \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|^2} [L - M]$$

- $\ell_{mU} = M + \frac{I_{mU}}{I_{mV}} \ell_{UV}$

- De la même façon on a arrivé à :

$$\ell_{mV} = M + \frac{I_{mV}}{I_{mU}} \ell_{UV}$$

- Avec :

- $\ell_{UV}$  est l'inductance cyclique d'inter-saturation ;
- $\ell_{mU}$  est l'inductance cyclique de saturation selon l'axe U ;
- $\ell_{mV}$  l'inductance cyclique de saturation selon l'axe V.

## Représentation schématique des flux

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M$$

- Posons :

$$\ell_{UV} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|} = \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|^2} [L - M]$$

- $\ell_{mU} = M + \frac{I_{mU}}{I_{mV}} \ell_{UV}$

- De la même façon on a arrivé à :

$$\ell_{mV} = M + \frac{I_{mV}}{I_{mU}} \ell_{UV}$$

- Avec :

- $\ell_{UV}$  est l'inductance cyclique d'inter-saturation ;
- $\ell_{mU}$  est l'inductance cyclique de saturation selon l'axe U ;
- $\ell_{mV}$  l'inductance cyclique de saturation selon l'axe V.

## Représentation schématique des flux

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M$$

- Posons :

$$\ell_{UV} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|} = \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|^2} [L - M]$$

- $\ell_{mU} = M + \frac{I_{mU}}{I_{mV}} \ell_{UV}$

- De la même façon on a arrivé à :

$$\ell_{mV} = M + \frac{I_{mV}}{I_{mU}} \ell_{UV}$$

- Avec :

- $\ell_{UV}$  est l'inductance cyclique d'inter-saturation ;
- $\ell_{mU}$  est l'inductance cyclique de saturation selon l'axe U ;
- $\ell_{mV}$  l'inductance cyclique de saturation selon l'axe V.

## Représentation schématique des flux

$$|I_m| \frac{dM}{d|I_m|} = \frac{d|\psi_m|}{d|I_m|} - M = L - M$$

- Posons :

$$\ell_{UV} = \frac{dM}{d|I_m|} \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|} = \frac{I_{mU} I_{mV}}{|I_m|^2} [L - M]$$

- $\ell_{mU} = M + \frac{I_{mU}}{I_{mV}} \ell_{UV}$

- De la même façon on a arrivé à :

$$\ell_{mV} = M + \frac{I_{mV}}{I_{mU}} \ell_{UV}$$

- Avec :

- $\ell_{UV}$  est l'inductance cyclique d'inter-saturation ;
- $\ell_{mU}$  est l'inductance cyclique de saturation selon l'axe U ;
- $\ell_{mV}$  l'inductance cyclique de saturation selon l'axe V.

## Représentation schématique des flux

- Les inductances cycliques totales statoriques et rotoriques

selon les axes U,V sont ;

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_{sU} = \ell_{mU} + l_{\sigma s} \\ \ell_{sV} = \ell_{mV} + l_{\sigma s} \\ \ell_{rU} = \ell_{mU} + l_{\sigma r} \\ \ell_{rV} = \ell_{mV} + l_{\sigma r} \end{array} \right.$$

- Dans le cas linéaire (de non saturation) on a :  $\ell_{UV=} = 0$  et  $\ell_{mU=} - \ell_{mV=} = M$ .

- Les inductances cycliques de saturation dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  sont exprimées par :

$$L_{m\alpha} = L_m + \frac{I_{m\alpha}}{I_{m\beta}} \quad L_{\alpha\beta} = L \cos^2 \mu + L_m \sin^2 \mu$$

$$L_{m\beta} = L_m + \frac{I_{m\beta}}{I_{m\alpha}} \quad L_{\alpha\beta} = L \sin^2 \mu + L_m \cos^2 \mu$$

- Avec :  $\cos \mu = \frac{I_{m\alpha}}{|I_m|}$  et  $\sin \mu = \frac{I_{m\beta}}{|I_m|}$

## Représentation schématique des flux

- Les inductances cycliques totales statoriques et rotoriques

selon les axes U,V sont ;

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_{sU} = \ell_{mU} + l_{\sigma s} \\ \ell_{sV} = \ell_{mV} + l_{\sigma s} \\ \ell_{rU} = \ell_{mU} + l_{\sigma r} \\ \ell_{rV} = \ell_{mV} + l_{\sigma r} \end{array} \right.$$

- Dans le cas linéaire (de non saturation) on a :  $\ell_{UV=} = 0$  et  $\ell_{mU=} - \ell_{mV=} = M$ .

- Les inductances cycliques de saturation dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  sont exprimées par :

$$L_{m\alpha} = L_m + \frac{I_{m\alpha}}{I_{m\beta}} \quad L_{\alpha\beta} = L \cos^2 \mu + L_m \sin^2 \mu$$

$$L_{m\beta} = L_m + \frac{I_{m\beta}}{I_{m\alpha}} \quad L_{\alpha\beta} = L \sin^2 \mu + L_m \cos^2 \mu$$

- Avec :  $\cos \mu = \frac{I_{m\alpha}}{|I_m|}$  et  $\sin \mu = \frac{I_{m\beta}}{|I_m|}$

## Représentation schématique des flux

- Les inductances cycliques totales statoriques et rotoriques

$$\text{selon les axes U,V sont ; } \begin{cases} \ell_{sU} = \ell_{mU} + l_{\sigma s} \\ \ell_{sV} = \ell_{mV} + l_{\sigma s} \\ \ell_{rU} = \ell_{mU} + l_{\sigma r} \\ \ell_{rV} = \ell_{mV} + l_{\sigma r} \end{cases}$$

- Dans le cas linéaire (de non saturation) on a :  $\ell_{UV=} = 0$  et  $\ell_{mU=} - \ell_{mV=} = M$ .

- Les inductances cycliques de saturation dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  sont exprimées par :

$$L_{m\alpha} = L_m + \frac{I_{m\alpha}}{I_{m\beta}} \quad L_{\alpha\beta} = L \cos^2 \mu + L_m \sin^2 \mu$$

$$L_{m\beta} = L_m + \frac{I_{m\beta}}{I_{m\alpha}} \quad L_{\alpha\beta} = L \sin^2 \mu + L_m \cos^2 \mu$$

- Avec :  $\cos \mu = \frac{I_{m\alpha}}{|I_m|}$  et  $\sin \mu = \frac{I_{m\beta}}{|I_m|}$

## Représentation schématique des flux

- Les inductances cycliques totales statoriques et rotoriques

selon les axes U,V sont ;

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_{sU} = \ell_{mU} + l_{\sigma s} \\ \ell_{sV} = \ell_{mV} + l_{\sigma s} \\ \ell_{rU} = \ell_{mU} + l_{\sigma r} \\ \ell_{rV} = \ell_{mV} + l_{\sigma r} \end{array} \right.$$

- Dans le cas linéaire (de non saturation) on a :  $\ell_{UV=} = 0$  et  $\ell_{mU=} - \ell_{mV=} = M$ .

- Les inductances cycliques de saturation dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  sont exprimées par :

$$L_{m\alpha} = L_m + \frac{I_{m\alpha}}{I_{m\beta}} \quad L_{\alpha\beta} = L \cos^2 \mu + L_m \sin^2 \mu$$

$$L_{m\beta} = L_m + \frac{I_{m\beta}}{I_{m\alpha}} \quad L_{\alpha\beta} = L \sin^2 \mu + L_m \cos^2 \mu$$

- Avec :  $\cos \mu = \frac{I_{m\alpha}}{|I_m|}$  et  $\sin \mu = \frac{I_{m\beta}}{|I_m|}$

## Représentation schématique des flux

- A partir des conditions magnétiques linéaire, il en résulte que :

$$L_{\alpha\beta} = 0, L_{m\alpha} = L_{m\beta} = L_m, L_{s\alpha} = L_{s\beta} \text{ et } L_{r\alpha} = L_{r\beta}$$

- L'expression du courant de magnétisation est :

$$I_m = \sqrt{(I_{\alpha s} + I_{\alpha r})^2 + (I_{\beta s} + I_{\beta r})^2} \quad (38)$$

## Représentation schématique des flux

- A partir des conditions magnétiques linéaire, il en résulte que :

$$L_{\alpha\beta} = 0, L_{m\alpha} = L_{m\beta} = L_m, L_{s\alpha} = L_{s\beta} \text{ et } L_{r\alpha} = L_{r\beta}$$

- L'expression du courant de magnétisation est :

$$I_m = \sqrt{(I_{\alpha s} + I_{\alpha r})^2 + (I_{\beta s} + I_{\beta r})^2} \quad (38)$$

## Représentation schématique des flux

En remplaçant les quantités de flux trouvées dans le système d'équations (26), on obtient ( référentiel est lié au stator ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} -U_{\alpha s} = R_s I_{\alpha s} + l_{\sigma s} \frac{dI_{\alpha s}}{dt} + \ell_{m\alpha} \frac{dI_{\alpha s}}{dt} + \ell_{m\alpha} \frac{dI_{\alpha r}}{dt} + \\ \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\beta s}}{dt} + \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\beta r}}{dt} \\ \\ -U_{\beta s} = R_s I_{\beta s} + l_{\sigma s} \frac{dI_{\beta s}}{dt} + \ell_{m\beta} \frac{dI_{\beta s}}{dt} + \ell_{m\beta} \frac{dI_{\beta r}}{dt} + \\ + \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\alpha s}}{dt} + \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\alpha r}}{dt} \\ \\ 0 = R_r I_{\alpha r} + l_{\sigma r} \frac{dI_{\alpha r}}{dt} + \ell_{m\alpha} \frac{dI_{\alpha r}}{dt} + \ell_{m\alpha} \frac{dI_{\alpha s}}{dt} + \\ \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\beta s}}{dt} + \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\beta r}}{dt} + \omega_r (L_r I_{\beta r} + M I_{\beta s}) \\ \\ 0 = R_r I_{\beta r} + l_{\sigma r} \frac{dI_{\beta r}}{dt} + \ell_{m\beta} \frac{dI_{\beta r}}{dt} + \ell_{m\beta} \frac{dI_{\beta s}}{dt} + \\ \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\alpha s}}{dt} + \ell_{\alpha\beta} \frac{dI_{\alpha r}}{dt} - \omega_r (L_r I_{\alpha r} + M I_{\alpha s}) \end{array} \right.$$